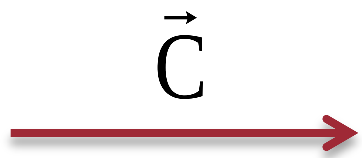
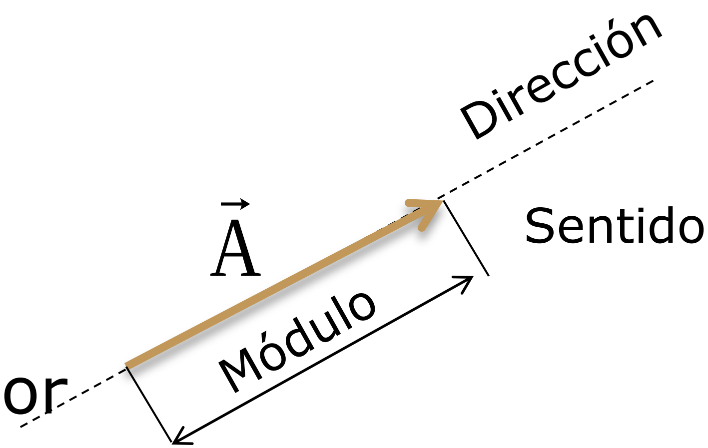
VECTORES

Concepto de vector

Los vectores son segmentos de recta orientados (flechas).



Elementos de un vector



* Módulo

  Es la longitud del vector

* Dirección

  Es la recta que contiene al vector

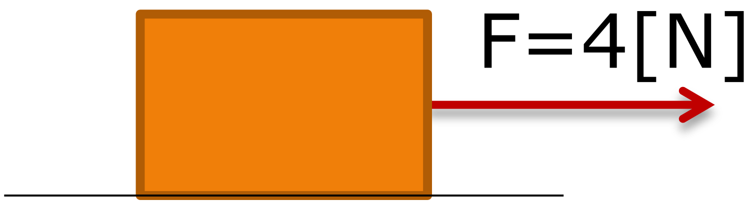
* Sentido

  Es el lugar al que apunta el vector

Magnitudes Vectoriales

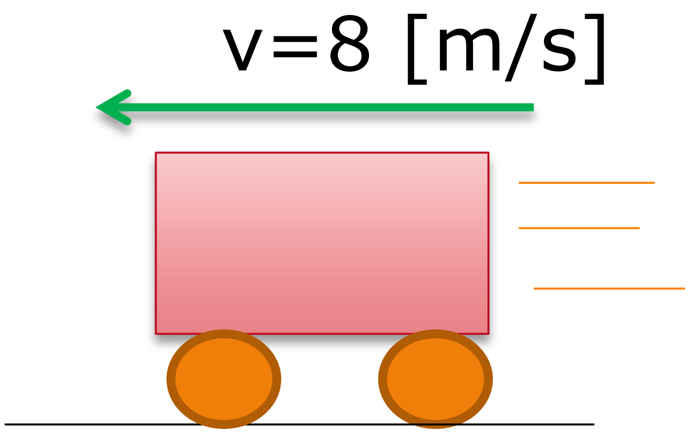
Ejemplos

Fuerza



$$\vec{F}\begin{cases}\text{Módulo : } F=4[N]\\ \text{Dirección: Horizontal}\\ \text{Sentido : Positivo}\end{cases}$$

Velocidad



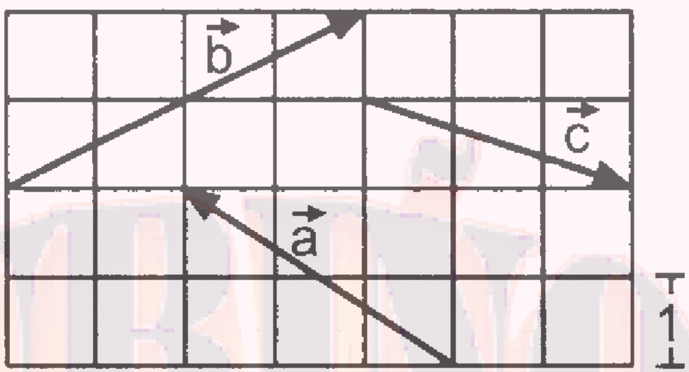
$$\vec{v}\begin{cases}\text{Módulo : } v=8[m/s]\\ \text{Dirección: Horizontal}\\ \text{Sentido : Negativo}\end{cases}$$

Método del polígono para sumar "n" vectores

Consiste en construir un polígono con los vectores sumandos, manteniendo constante sus tres elementos (módulo, dirección y sentido), uniendo el extremo del primer vector con el origen del segundo vector, el extremo del segundo vector y el origen del tercer vector, así sucesivamente hasta el último vector. El módulo del vector resultante se determina uniendo el origen del primer vector con el extremo del último vector.

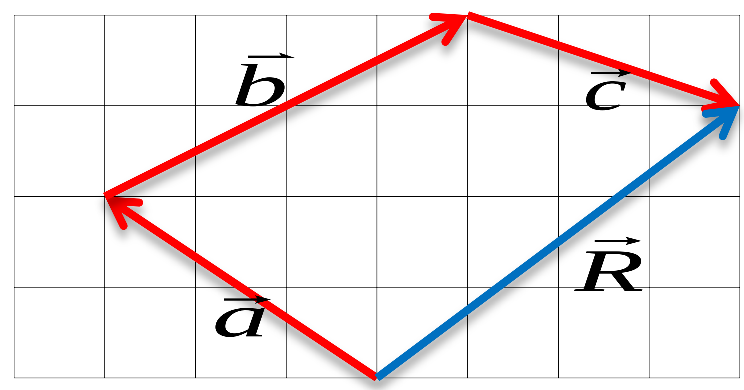
Ejemplo:

En el sistema vectorial mostrado, determinar el módulo del vector resultante.



RESOLUCIÓN

Construimos el polígono vectorial.



$$\vec{a} = -3i + 2j$$

$$\vec{b} = 4i + 2j$$

$$\vec{c} = 3i - j$$

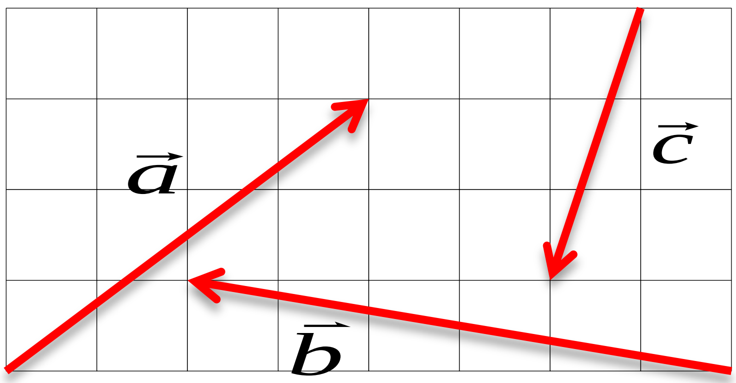
$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

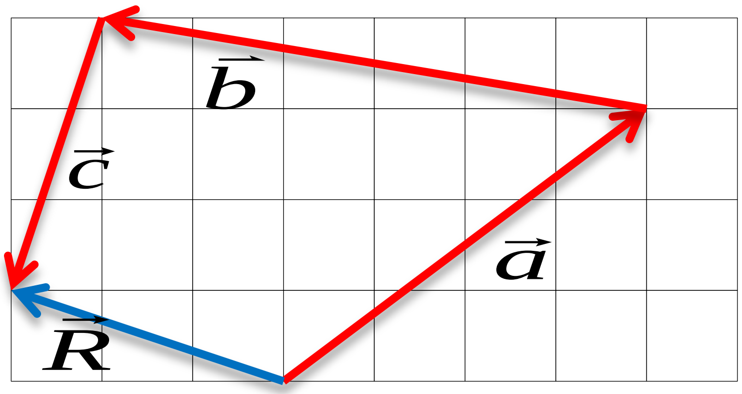
$$\boxed{\vec{R} = 4i + 3j}$$

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5[u]$$

EJEMPLO 2

Calcular el vector resultante.





$\vec{a} = 4i + 3j$

$\vec{b} = -6i + j$

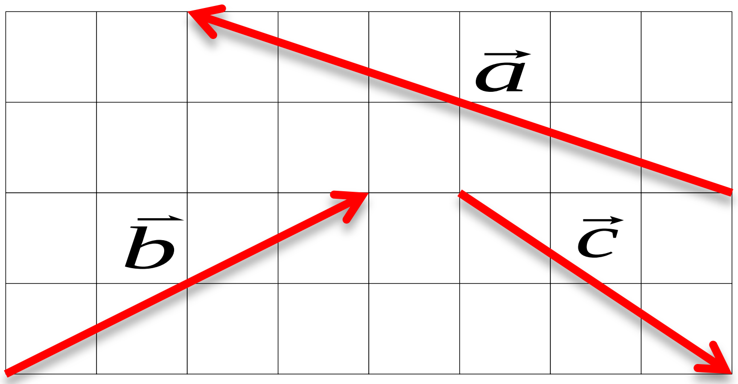
$\vec{c} = -i - 3j$

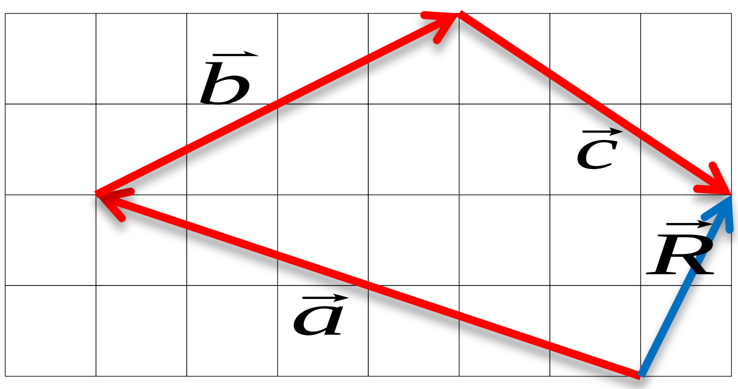
$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$$\boxed{\vec{R} = -3i + j}$$

EJEMPLO 3

Calcular el vector resultante.





$\vec{a} = -6i + 2j$

$\vec{b} = 4i + 2j$

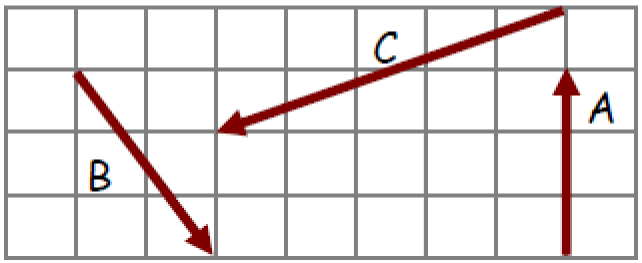
$\vec{c} = 3i - 2j$

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$$\boxed{\vec{R} = i + 2j}$$

PROBLEMAS DEL TIPO "C"

1. A partir del dibujo, calcular A - 2B + C



A) 9i + 7j
B) -9i + 7j
C) 9i - 7j
D) - 9i - 7j

$$\vec{A} = 0i + 3j$$

$$\vec{B} = 2i - 3j$$

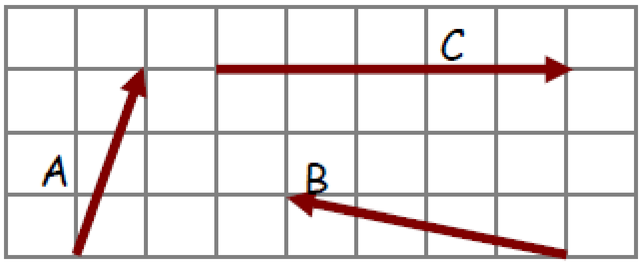
$$\vec{C} = -5i - 2j$$

$$3j - 2(2i - 3j) + (-5i - 2j)$$

$$3j - 4i + 6j - 5i - 2j$$

$$\boxed{-9i + 7j}$$

2. A partir del dibujo, calcular 2A - (B + C)



A) i + 2j
B) 2i + j
C) -i + 2j
D) i - 2j

$$\vec{A} = i + 3j$$

$$\vec{B} = -4i + j$$

$$\vec{C} = 5i + 0j$$

$$2(i + 3j) - [(-4i + j) + (5i)]$$

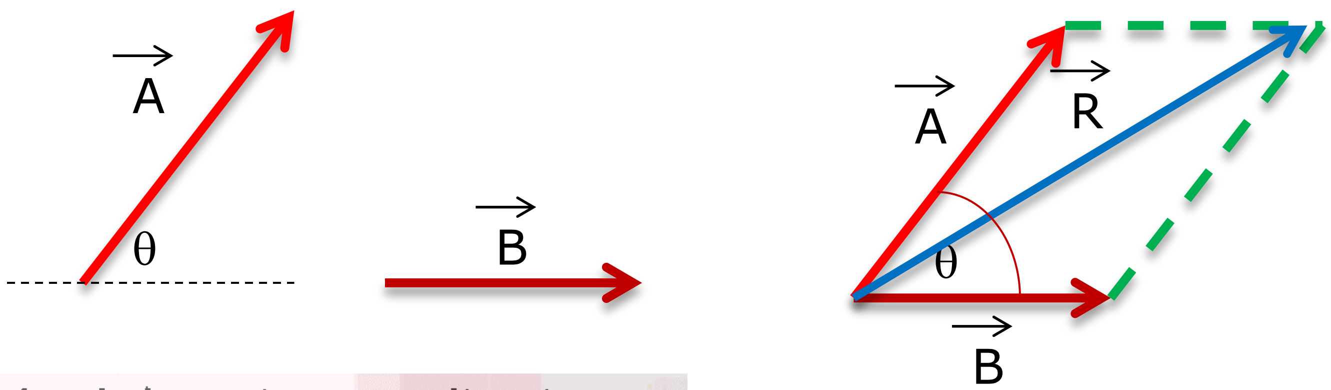
$$2i + 6j - [-4i + j + 5i]$$

$$2i + 6j + 4i - j - 5i$$

$$2i + 5j$$

Método del paralelogramo para sumar dos vectores

Para sumar dos vectores que tienen el mismo origen, se construye un paralelogramo, trazando por el extremo de cada vector una paralela al otro. El módulo del vector suma o resultante se obtiene trazando la diagonal del paralelogramo desde el origen de los vectores.



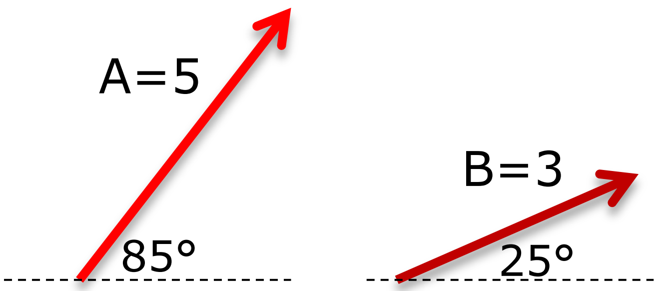
El módulo del vector resultante es:

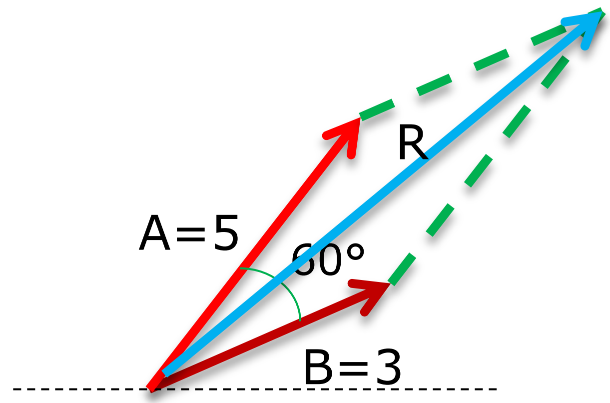
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

A y B	: Módulo de los vectores.
R	: Módulo de la resultante.
θ	: Ángulo que forman los vectores.

Ejemplo:

Determinar el módulo de $\vec{A} + \vec{B}$, sabiendo que:





$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2.5.3.\cos 60°}$$

$$R = \sqrt{25 + 9 + 30\,.0{,}5}$$

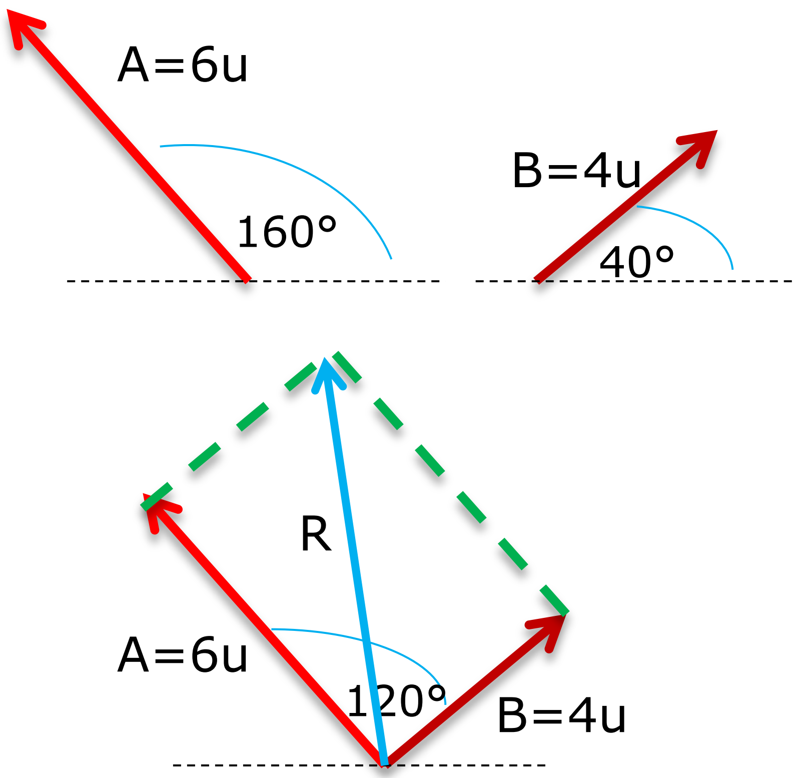
$$R = \sqrt{25 + 9 + 15}$$

$$R = \sqrt{25 + 9 + 15}$$

$$R = \sqrt{49}$$

$$\boxed{R = 7u}$$

2. Halla el módulo de la resultante.

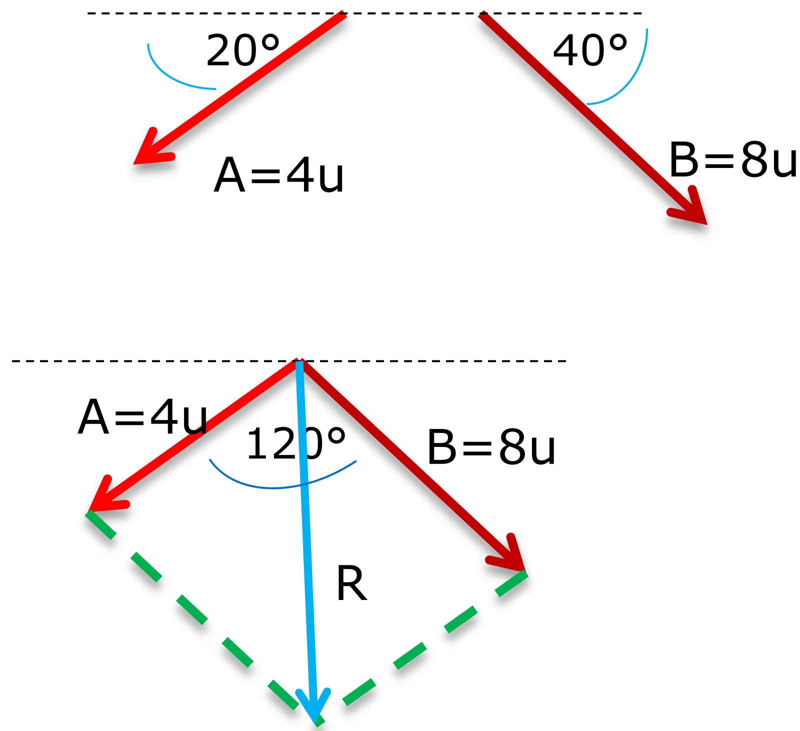


$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 4^2 + 2.6.4.\cos 120°}$$

$$\boxed{R = 5{,}3u}$$

3. Halla el módulo de la resultante.



$$R = \sqrt{4^2 + 8^2 + 2.4.8.\cos 120°}$$

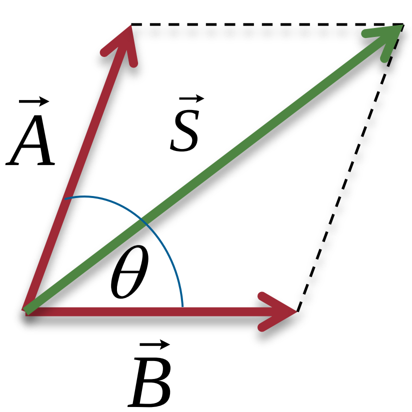
$$\boxed{R = 6{,}9u}$$

DIFERENCIA VECTORIAL

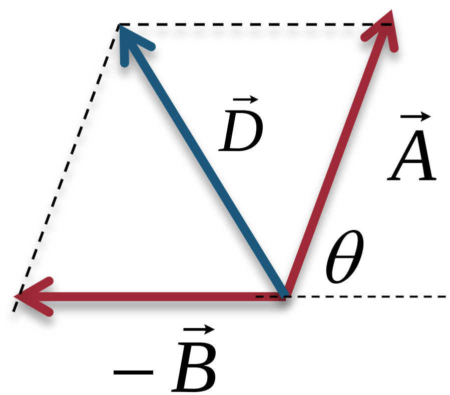
Es un caso particular de la suma.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

El vector $-\vec{B}$ es un vector del mismo módulo y dirección $\vec{B}$ pero de sentido contrario.



$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$$



$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

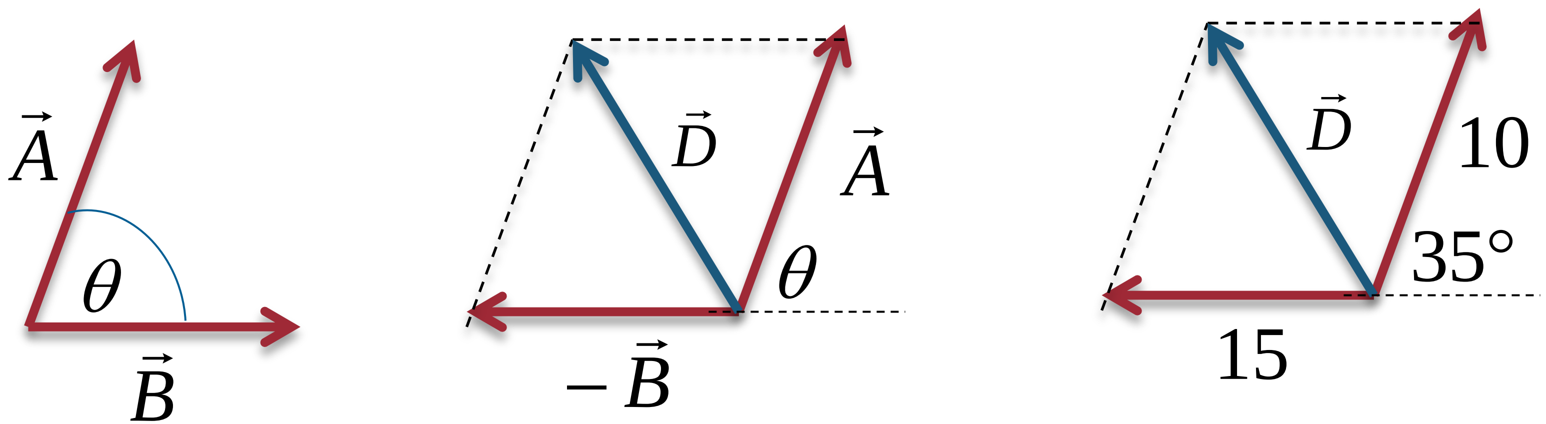
$$S = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$D = \sqrt{A^2 + (-B)^2 + 2A(-B)\cos\theta}$$

$$\boxed{D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}}$$

EJEMPLO

Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ forman 35 grados con módulos 10 y 15, calcular $\vec{A} - \vec{B}$.



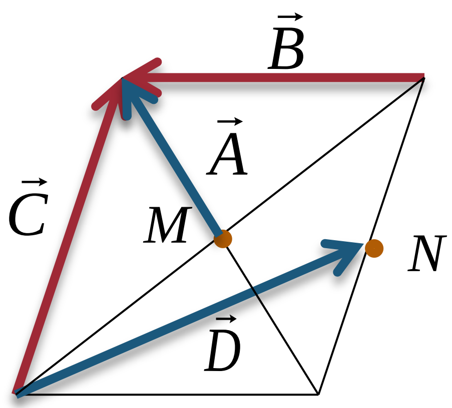
$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

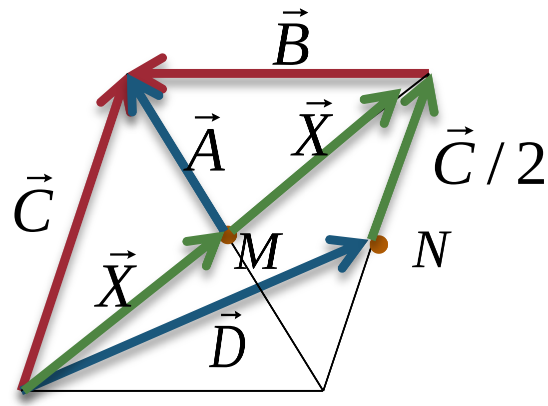
$$D = \sqrt{10^2 + 15^2 - 2.10.15\cos 35°}$$

$$D = 8{,}9\,[u]$$

EJEMPLO

Expresar los vectores $\vec{A}-\vec{B}$ en función de los vectores $\vec{D}$ y $\vec{C}$, la figura es un paralelogramo, M y N son puntos medios de sus respectivos lados.





$$\vec{X}+\vec{B}=\vec{A} \qquad 2\vec{X}=\vec{D}+\vec{C}/2 \quad ...2$$

$$\vec{X}=\vec{A}-\vec{B} \quad ...1$$

$$\vec{A}-\vec{B}=\frac{1}{2}(\vec{D}+\vec{C}/2)$$

FIN